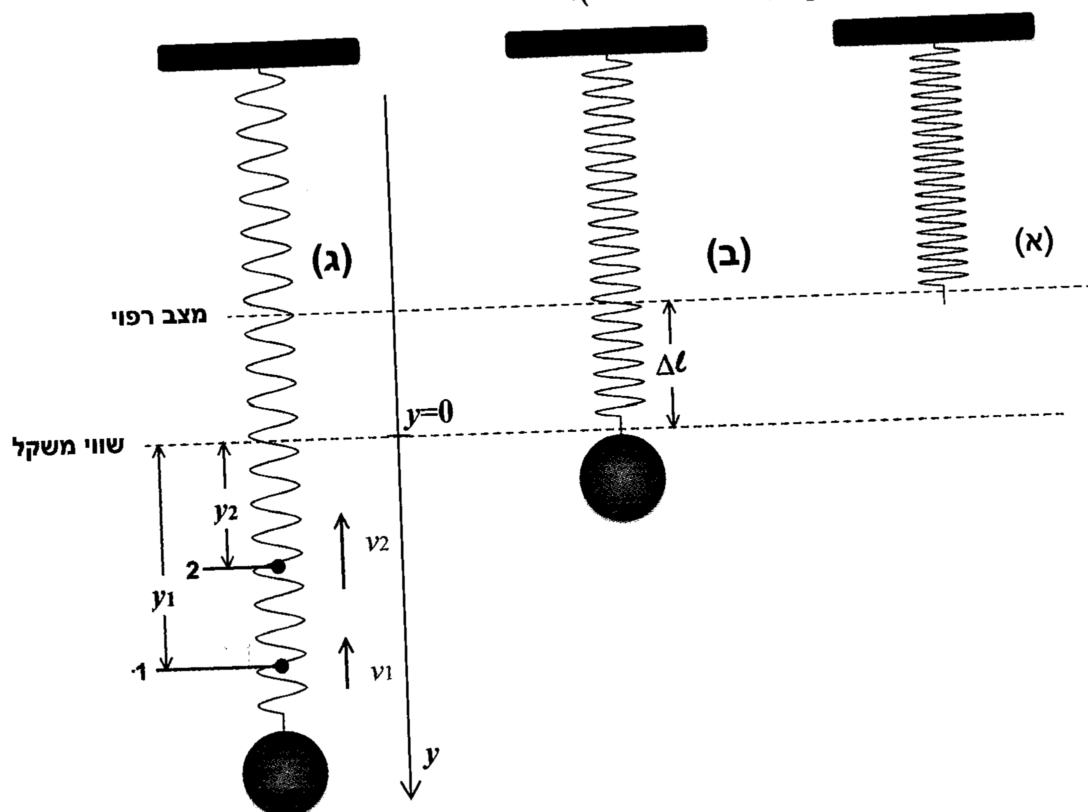
פרק 7 – שאלות בתנועה הרמונית פשוטה

שאלה 1\פרק 7

קושרים קפיץ לתקרת המעבדה, כפי שמוצג בתרשים א'. לקפיץ מחברים משקולת, וכתוצאה מכך הקפיץ מתארך ב-$\Delta\ell$ ביחס למצבו הרפוי, ומגיע לנקודת שווי המשקל (תרשים ב'). לאחר מכן מושכים את המשקולת כלפי מטה ומשחררים אותה (ראה תרשים ג'). כתוצאה מכך המשקולת והקפיץ מתחילים להתנדנד בתנועה הרמונית פשוטה.

בוחרים את הכיוון החיובי של ציר y כלפי מטה ו-$y=0$ בנקודת שווי המשקל, כפי שמתואר בתרשים ג'.

במהלך תנועת המשקלת היא חולפת דרך שתי נקודות 1 ו-2 המוצגות בתרשים. נתון שמיקום הנקודה 1 הוא y_1 ומהירות המשקולת בנקודה זו היא v_1, ושמיקום הנקודה 2 הוא y_2 ומהירות המשקולת בנקודה זו היא v_2 (ראה תרשים ג').



נתון שמסת המשקולת m וקבוע הקפיץ הוא k.

א. מצא את התארכות הקפיץ עד לנקודת שווי המשקל. בטא את תשובתך באמצעות m ו-k.

ב. מצא את הכוח השקול הפועל על המשקולת בנקודה 1. בטא את תשובתך באמצעות הגדלים k ו-y_1 בלבד.

ג. על סמך הביטוי שקיבלת בסעיף הקודם, קבע לאיזו מסקנה ניתן להגיע לגבי סוג תנועת המשקולת.

ד. קבל בעזרת משפט עבודה-אנרגיה את חוק שימור האנרגיה עבור המשקולת בין שתי הנקודות 1

ו-2 שבתרשים ג'. בטא את תשובתך באמצעות נתוני הבעיה. בחר את מישור הייחוס עבור האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית להיות המישור האופקי העובר בנקודת שווי המשקל ($y=0$).

ה. העזר בקשר שמצאת בסעיף א', והראה שניתן לרשום את חוק שימור האנרגיה שרשמת בסעיף הקודם (ד') עבור המשקולת בתנועתה בין שתי הנקודות 1 ו-2 בצורה:

$$\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}ky_1^2=\frac{1}{2}mv_2^2+\frac{1}{2}ky_2^2$$

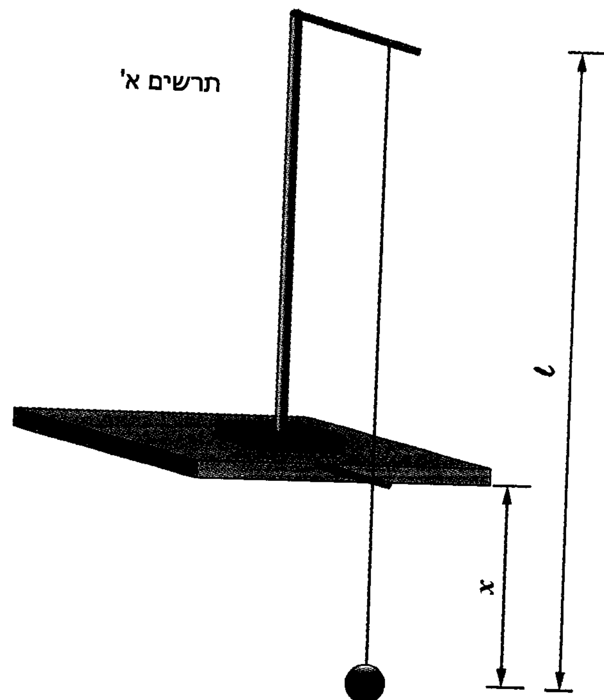
ו. מהי המסקנה מהסעיף הקודם? הסבר.

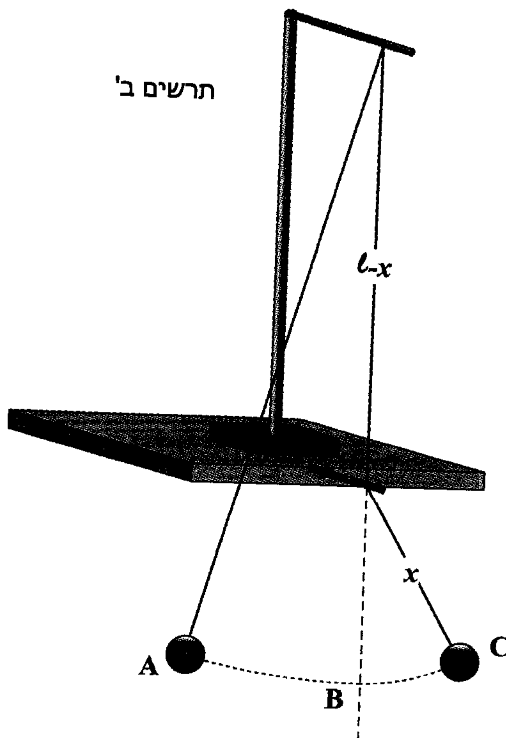
שאלה 2\פרק 7

תלמיד מבצע את הניסוי הבא:

הוא מניח מעמד מעבדתי בקצה השולחן, מייצב אותו באמצעות קליבה ומחבר אליו זרוע אופקית. לקצה הזרע התלמיד קושר חוט שמסתו זניחה ואורכו ℓ, ולקצה השני של החוט הוא קושר משקולת קטנה ומרפה את החוט כך שהמערכת נמצאת במצב שווי משקל כמתואר בתרשים א'. במצב זה החוט מרוחק מספר סנטימטרים מקצה השולחן.

התלמיד מהדק לשולחן מוט דק כך שהמוט בולט מקצה השולחן ונוגע בחוט אבל לא מפעיל עליו כוח. במצב זה אורך קטע החוט שנמצא מתחת למוט הדק הוא x, ואורך הקטע של החוט הנמצא מעל המוט הוא $\ell-x$ (ראה תרשים א').





לאחר מכן, התלמיד מסיט את המשקולת הצידה כך שנוצרת זווית קטנה בין החוט והאנך (ראה תרשים ב'), ומשחרר את המשקולת. עקב כך המשקולת מתחילה בתנועה המורכבת משתי תנועות. התנועה ראשונה היא תנועה הרמונית פשוטה בחוט שאורכו ℓ, והתנועה השנייה היא גם תנועה

הרמונית פשוטה, אבל בחוט שאורכו x (ראה תרשים ב').

התלמיד מודד זמן של 10 מחזורים, T_{10}, רושם את התוצאה ואת הערך של x.

התלמיד חוזר על אותה פעולה מספר פעמים ובכל פעם הוא מוריד קצת את הזרוע; כך, אורך החוט, ℓ, אינו משתנה, אבל אורך הקטע x משתנה. בכל פעם התלמיד מודד את הזמן של 10 מחזורים ואת-x ורושם את התוצאות.

תוצאות הניסוי מוצגות בטבלה שלפניך:

$x(\text{cm})$	$T_{10}(\text{s})$
15	14.9
30	16.5
45	17.7
60	18.8
75	19.7
90	20.5

א. העזר בתרשים ב' ושרטט מסלול המשקולת לאורך מחזור שלם החל מהנקודה B.

ב. הראה שזמן המחזור בתנועה שבשאלה זו נתון על ידי הביטוי הבא:

$$T = \pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} + \pi\sqrt{\frac{x}{g}}$$

ג. שרטט, על סמך תוצאות הניסוי ועל סמך הביטוי שהוכחת בסעיף הקודם, גרף לינארי המתאר את תוצאות הניסוי.

ד. חשב באמצעות הגרף ששרטטת ובאמצעות הקשר שבסעיף ב' את:

(1) תאוצת הכובד, g.

(2) אורך החוט, ℓ.

ה. הסבר מדוע התלמיד מדד את הזמן של 10 מחזורים ולא הסתפק במדידת הזמן של מחזור אחד.

שאלה 3\פרק 7

תלמיד קושר לתקרה קצה חוט, ובקצהו השני הוא קושר משקולת. הוא מסיט את המשקולת מנקודת שווי המשקל, כך שנוצרת זווית קטנה בין החוט לאנך ומשחרר אותה ממנוחה. כתוצאה מכך המשקולת מתחילה לנוע בתנועה הרמונית פשוטה, כפי שמתואר בתרשים א'.

בעזרת חיישן מיוחד, התלמיד מודד את ההעתק האנכי (y) של המשקולת ביחס לנקודה הנמוכה ביותר במסלול (ראה תרשים א').

בתרשים ב' מוצג גרף המסכם את תוצאות המדידות.

א. היעזר בגרף וחשב את זמן המחזור של התנועה ההרמונית הפשוטה של המשקולת.

ב. חשב את אורך החוט אליו קשורה המשקולת.

ג. חשב את גודל הזווית המקסימלית הנוצרת בין החוט ובין האנך בתנועה ההרמונית של

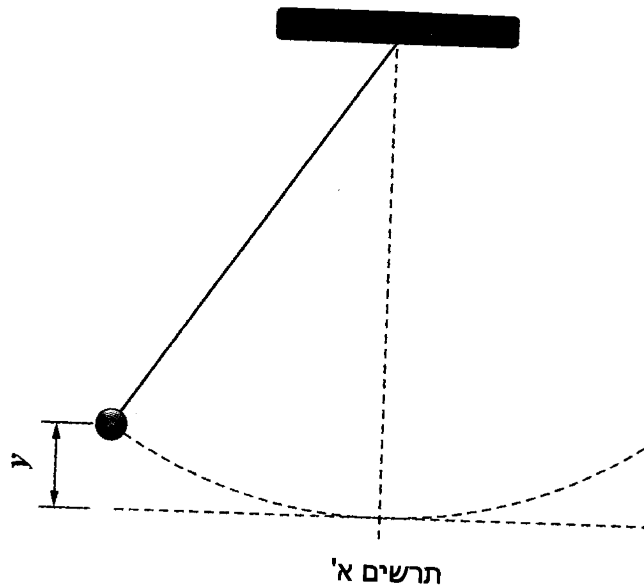
המשקולת.

ד. חשב את המהירות הגדולה ביותר של המשקולת בתנועתה המחזורית, וחשב את תאוצתה באותו רגע.

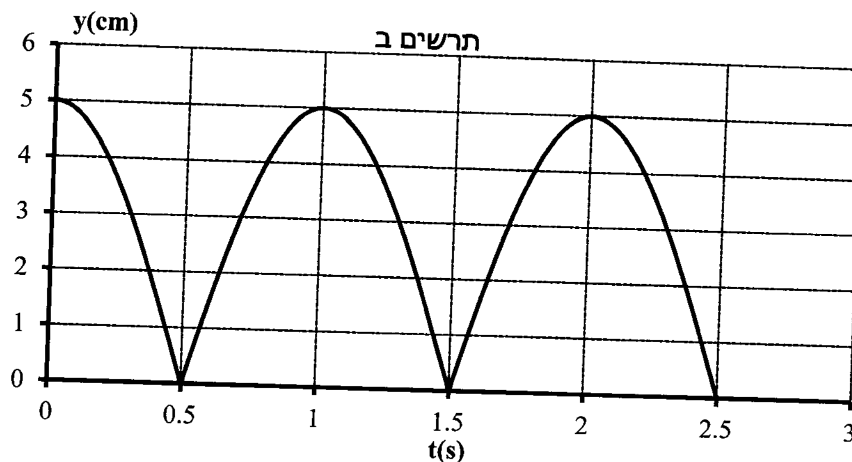
ה. ציין מהם השינויים בגרף כאשר מבצעים כל אחד מהשינויים הבאים:

(1) מקטינים את y_{max} פי שניים (אורך החוט לא משתנה).

(2) מגדילים את אורך החוט פי 4 (y_{max} לא משתנה).



תרשים א'



שאלה 4\פרק 7

קושרים לתקרת חדר שני כדורים קטנים a ו- b באמצעות שני חוטים זהים שמסתם זניחה, כך ששני הכדורים נוגעים זה בזה (ראה תרשים א'). במצב זה שני החוטים מאונכים לפני הקרקע. מסיטים את הכדור a הצידה בזווית של 18^o ומשחררים אותו ממנוחה. הכדור a מגיע לתחתית המסלול שלו ומתנגש התנגשות אלסטית לחלוטין בכדור b.

נתון: אורך כל אחד משני החוטים 160cm ו- $m_a = 0.5m_b$.

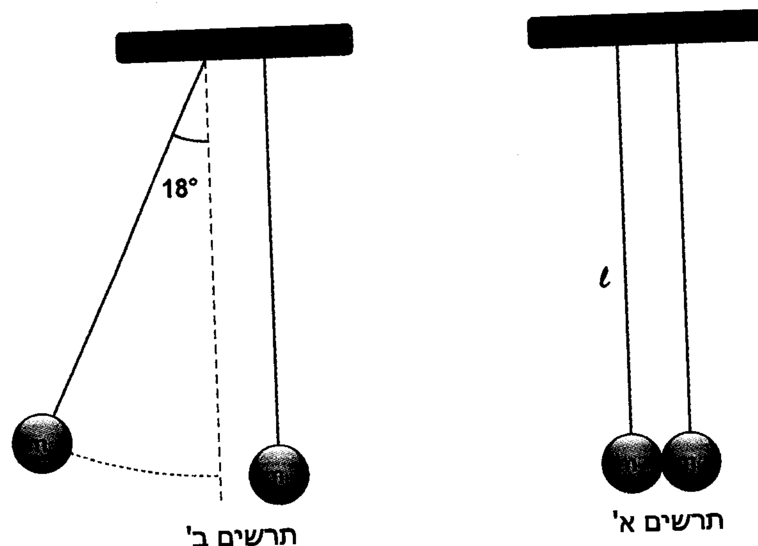
א. חשב את המהירות (גודל וכיוון) של כל אחד משני הכדורים מיד אחרי ההתנגשות.

ב. חשב את הגובה המקסימלי אליו מגיע כל אחד משני הכדורים אחרי ההתנגשות.

ג. קבע את המיקום שבו מתרחשת ההתנגשות השנייה בין שני הכדורים.

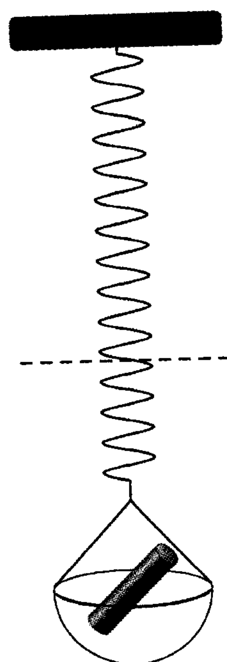
ד. חשב את משך הזמן שבין ההתנגשות הראשונה והשנייה.

ה. נתון שמסת הכדור a היא 20g. חשב את האנרגיה הכוללת של מערכת שני הכדורים בכל רגע נתון.



שאלה 5\פרק 7

על מנת לחקור את התנועה ההרמונית הפשוטה של מסה התלויה על קפיץ, עורך תלמיד את הניסוי הבא:



הוא קושר קפיץ לזרוע אופקית, ולקצה השני של הקפיץ הוא מחבר סל כמתואר בתרשים שלפניך. התלמיד מניח בסל משקולת שמסתה $m_0 = 100\text{g}$, מושך את הסל כלפי מטה ומשחרר את המערכת ממנוחה. המערכת מתחילה להתנדנד בתנועה הרמונית פשוטה. התלמיד מודד את הזמן של 10 מחזורים, T_{10}, ורושם את התוצאה.

לאחר מכן חוזר התלמיד על אותה פעולה, כשבכל פעם מוסיף משקולת זהה ומודד את T_{10}

המתקבל. להלן טבלה המרכזת את תוצאות הניסוי: T_{10} כפונקציה של מספר המשקולות בסל, n:

מספר משקולות - n	משך הזמן של 10 מחזורים - T_{10} (s)
1	4.4
2	5.4
3	6.3
4	7.0
5	7.7
6	8.3

א. הוכח שזמן המחזור של התנועה ההרמונית של הסל, T, כפונקציה של מספר המשקולות בסל, n, נתון על ידי הקשר הבא:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 M}{k} + \frac{4\pi^2 m_0}{k} n$$

כאשר k הוא קבוע הקפיץ, M מסת הסל ו-m_0 מסת משקולת אחת.

ב. שרטט גרף לינארי המתאר את תוצאות המדידות.

ג. חשב באמצעות הגרף את:

(1) קבוע הקפיץ.

(2) מסת הסל.

ד. כאשר היו בתוך הסל 5 משקולות, התלמיד אחז בסל בנקודת שווי המשקל, הוציא ממנה שלוש משקולות ושחרר את הסל ממנוחה. חשב את:

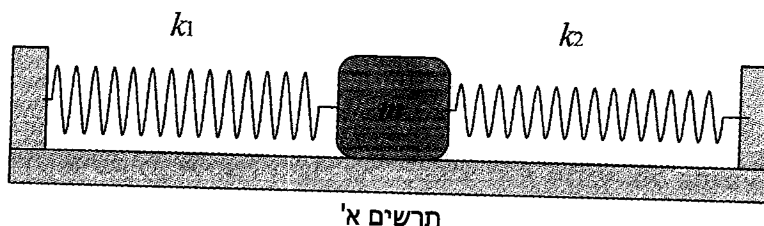
(1) משרעת התנועה ההרמונית המתקבלת.

(2) זמן המחזור של התנועה ההרמונית המתקבלת.

(3) המהירות המקסימלית של הסל במהלך תנועתו.

שאלה 6\פרק 7

מניחים גוף על משטח אופקי וחלק ומחברים אותו משני צדיו לשני קפיצים שונים, קפיץ 1 וקפיץ 2, המחוברים לשני קירות מקבילים (ראה תרשים א').



תרשים א'

במצב זה שני הקפיצים נמצאים במצב רפוי. מסיטים את הגוף ב- $10\,\text{cm}$ מנקודת שווי המשקל לכיוון ימין, ומשחררים אותו ממנוחה.

נתון: מסת הגוף $m = 0.4\,\text{kg}$, $k_1 = 60\,\text{N/m}$ ו- $k_2 = 40\,\text{N/m}$.

א. הראה שהתנועה שמתקבלת היא תנועה הרמונית פשוטה.

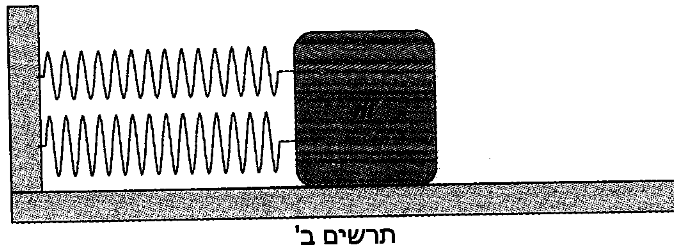
ב. חשב את הגדלים הבאים:

(1) משרעת התנועה ההרמונית.

(2) זמן המחזור של התנועה ההרמונית הפשוטה.

(3) המהירות המקסימלית של הגוף.

ג. האם התשובות לסעיף הקודם משתנות אם מחברים את הקפיצים לגוף באופן המתואר בתרשים ב', כשהגוף מונח על אותו משטח אופקי וחלק? הסבר את תשובתך.

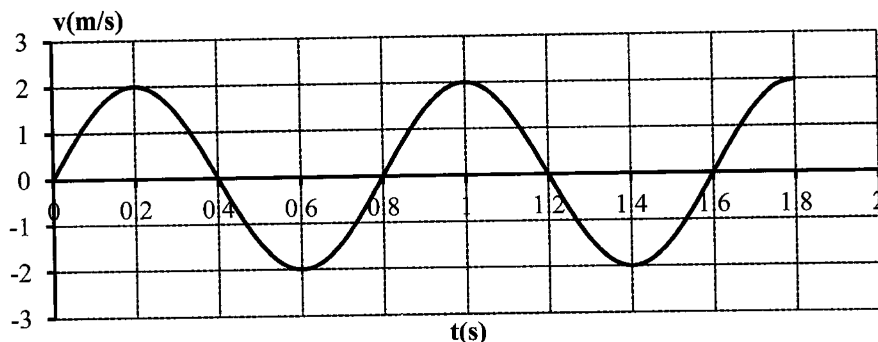


תרשים ב'

שאלה 7\פרק 7

תלמיד מחבר משקולת באמצעות קפיץ לתקרת חדר. הוא משחרר את המשקולת בהדרגה, והמשקולת מתייצבת במנוחה בנקודת שווי המשקל. לאחר מכן התלמיד מסיט את המשקולת בכיוון מטה, משחרר אותה ממנוחה והיא מתחילה להתנדנד מעלה ומטה בתנועה הרמונית פשוטה.

ברגע $t=0$ מפעיל התלמיד חיישן המתחיל למדוד את מהירות המשקולת. תוצאות המדידות מתוארות בגרף שלפניך:



הכיוון החיובי של ציר y נבחר בבעיה זו כלפי מעלה, וראשית הצירים ($y=0$) נקבעה בנקודת שווי המשקל.

נתון שמסת המשקולת היא $m=0.3\text{kg}$.

א. קבע את המיקום של המשקולת ברגע $t=0$. הסבר את תשובתך.

ב. חשב את זמן המחזור של התנועה ההרמונית הפשוטה.

ג. חשב את קבוע הקפיץ.

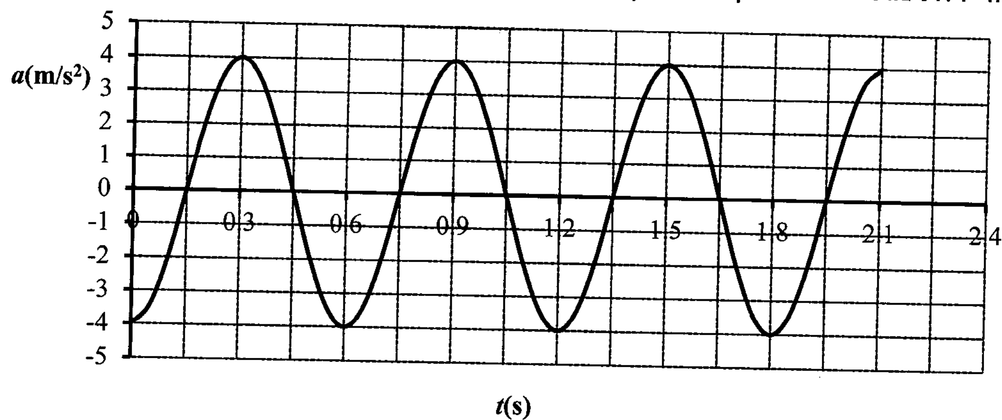
ד. חשב את משרעת התנועה ההרמונית של המשקולת.

ה. חשב את התאוצה המקסימלית של המשקולת במהלך תנועתה, וקבע באיזו נקודה\נקודות על מסלול המשקולת מתקבלת תאוצה מקסימלית זו.

שאלה 8\פרק 7

תלמיד מחבר קפיץ לתקרה, ולקפיץ הוא מחבר משקולת. התלמיד משחרר את המשקולת בהדרגה כך שהיא מתייצבת במנוחה בנקודת שווי המשקל. לאחר מכן הוא מסיט את המשקולת בכיוון מטה, משחרר אותה ממנוחה והמשקולת מתחילה לנוע מעלה ומטה בתנועה הרמונית פשוטה.

ברגע $t=0$ מפעיל התלמיד חיישן המתחיל למדוד את תאוצת המשקולת כפונקציה של הזמן. תוצאות המדידות מתוארות בגרף שלפניך:



הכיוון החיובי של ציר y שנבחר בבעיה זו הוא כלפי מעלה ו-$y=0$ נקבע בנקודת שווי המשקל.

נתון שמסת המשקולת היא $0.2\,\text{kg}$.

א. קבע מהו מיקום המשקולת בזמן $t=0$ ואת כיוון תנועתה.

ב. חשב את זמן המחזור של תנועת המשקולת.

ג. חשב את קבוע הקפיץ.

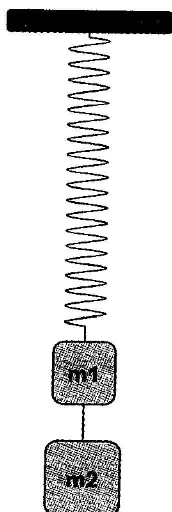
ד. חשב את משרעת התנועה ההרמונית של המשקולת.

ה. חשב את המהירות המקסימלית של המשקולת.

שאלה 9\פרק 7

תולים קפיץ לתקרה, ובקצה החופשי שלו מחברים משקולת שמסתה $m_1=0.2\,\text{kg}$.

קושרים למשקולת חוט שמסתו זניחה, ולקצהו השני מחברים משקולת שנייה שמסתה $m_2=0.4\,\text{kg}$ (ראה תרשים).



נתון שקבוע הקפיץ הוא $20\,\text{N/m}$.

ברגע מסוים, לאחר שהמערכת התייצבה במצב שווי משקל, נקרע החוט המקשר בין שתי המשקולות.

א. תאר את תנועת המשקולת m_1.

ב. חשב את משרעת התנועה של המסה m_1.

ג. חשב את זמן המחזור של התנועה ואת תדירותה.

ד. חשב את המהירות המקסימלית של המשקולת m_1 במהלך תנועתה.

שאלה 10\פרק 7

גוף שמסתו m מונח על משטח אופקי וחלק ומחובר לקצה קפיץ. הקצה השני של הקפיץ מחובר לקיר כך שהקפיץ נמצא במצב אופקי. בהשפעת הקפיץ, הגוף נע בתנועה הרמונית פשוטה במשרעת שגודלה A. נתון שקבוע הקפיץ הוא k.

במהלך תנועת הגוף, נופלת עליו פיסת פלסטלינה שנעה בכיוון אנכי ביחס למשטח. פיסת הפלסטלינה מתנגשת התנגשות פלסטית עם הגוף. נתון שמסת הפלסטלינה זהה למסת הגוף (m).

נבחין בין שני מקרים:

1) הפלסטלינה נופלת על הגוף כשהוא היה בקצה המסלול שלו.

2) הפלסטלינה נופלת על הגוף כשהוא היה בנקודת שווי המשקל.

התייחס לכל אחד מחמשת הגדלים א' עד ה' וקבע אם הוא משתנה או לא בכל אחד משני המקרים 1 ו-2 המתוארים. הסבר את תשובתך. לגבי הגדלים שמשתנים, חשב את היחס בין הערך החדש לערך הקודם.

א. משרעת התנועה ההרמונית.

ב. זמן המחזור של התנועה ההרמונית.

ג. המהירות המקסימלית של הגוף.

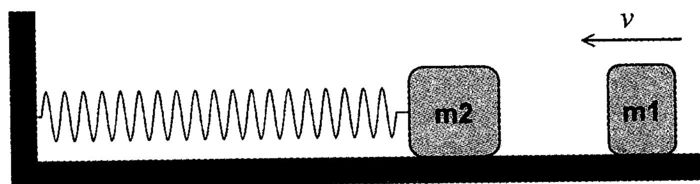
ד. האנרגיה המכנית הכוללת של המערכת.

ה. הערך המקסימלי של התאוצה.

הערה: אתה יכול לענות על הסעיפים א'-ה' בסדר הנוח לך.

שאלה 11\פרק 7

גוף 1 נע על משטח אופקי וחלק במהירות קבועה של $v_1 = 2\,\text{m/s}$ ומתנגש התנגשות פלסטית בגוף 2 הנמצא במנוחה על אותו המשטח. גוף 2 מחובר לקפיץ שקצהו השני מחובר לקיר כמתואר בתרשים שלפניך. כיוון הקפיץ הוא לאורך קו תנועת הגוף 1.



נתון: $m_1 = 0.6\,\text{kg}$, $m_2 = 1.4\,\text{kg}$ וקבוע הקפיץ $k = 50\,\text{N/m}$.

א. הסבר מדוע חוק שימור התנע אינו מתקיים במקרה זה, וקבע מהו התנאי שצריך להתקיים בהתנגשות זו על מנת שיהיה ניתן להשתמש בחוק שימור התנע בקירוב טוב.

ב. בהנחה שחוק שימור התנע מתקיים, חשב את מהירות שני הגופים מיד אחרי ההתנגשות.

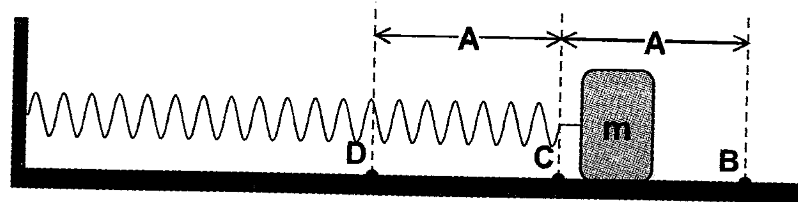
ג. חשב את משרעת התנועה ההרמונית הפשוטה.

ד. חשב את זמן המחזור של התנועה ההרמונית הפשוטה.

ה. ענה על הסעיפים ב'-ד' אם ההתנגשות בין שני הגופים היא התנגשות אלסטית לחלוטין.

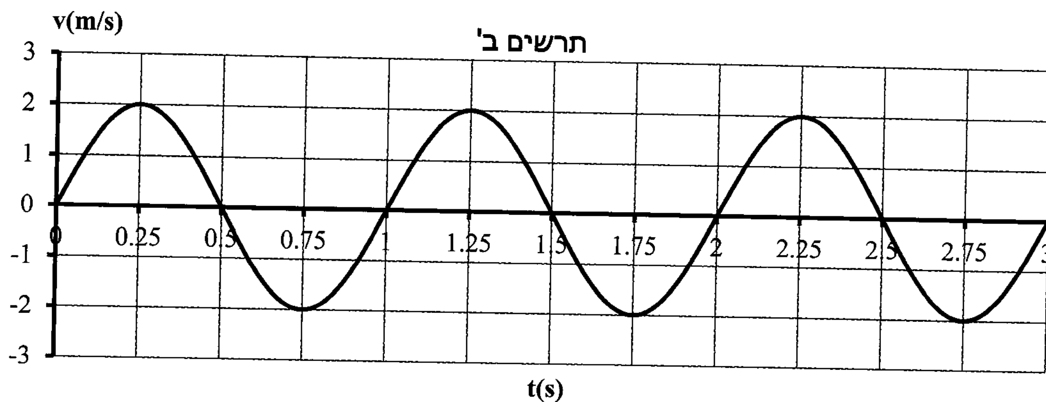
שאלה 12\פרק 7

גוף מונח על משטח אופקי וחלק. הגוף מחובר לקצה קפיץ המחובר לקיר כך שהקפיץ נמצא במצב אופקי כמתואר בתרשים א'. הגוף מבצע תנועה הרמונית פשוטה בין שתי הנקודות B ו-D (ראה תרשים א'). הנקודה C היא נקודת שווי המשקל ו-A היא משרעת התנועה ההרמונית.



תרשים א'

הגרף המוצג בתרשים ב' מתאר את מהירות הגוף כפונקציה של הזמן החל מ-$t = 0$, כאשר הכיוון החיובי נבחר ימינה בתרשים א'.



נתון שמסת הגוף היא 0.4kg.

א. קבע את המיקום של הגוף בזמנים $t = 0$ ו-$t = 0.5\text{s}$.

ב. קבע את המיקום של הגוף בזמנים $t = 0.25\text{s}$ ו-$t = 0.75\text{s}$, וקבע את כיוון תנועת הגוף בזמנים אלה.

ג. חשב את הגדלים הבאים:

(1) זמן המחזור של התנועה.

(2) קבוע הקפיץ.

(3) משרעת התנועה.

ד. חשב את השטח הכלוא בין עקומת המהירות ובין ציר הזמן בין שני הזמנים $t = 0.5\text{s}$ ו-$t = 1\text{s}$. פרט את חישוביך.

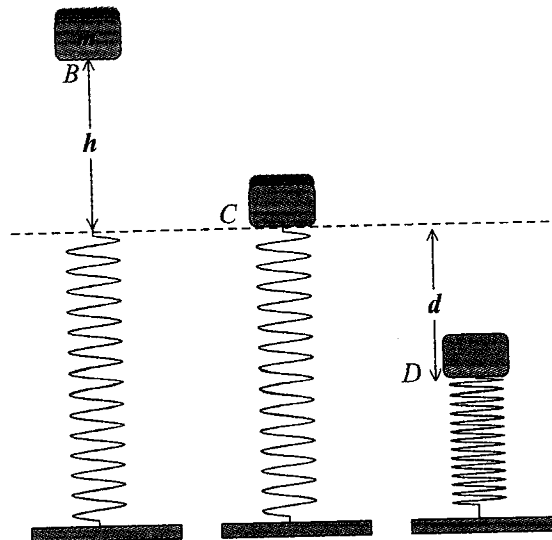
ה. חשב את עבודת הכוח שהקפיץ מפעיל בין שני הזמנים $t = 0.25\text{s}$ ו-$t = 0.75\text{s}$. פרט את חישוביך.

שאלה 13\פרק 7

קפיץ מחובר למשטח אופקי, כך שהוא ניצב למשטח.

מנקודה B הנמצאת בגובה $h = 0.4\text{m}$ מעל הקצה העליון של הקפיץ משחררים, ממנוחה, גוף

שמסתו $m = 0.4\text{kg}$ כמתואר בתרשים שלפניך.



הגוף נופל ופוגע בקצה העליון של הקפיץ (בנקודה C בתרשים) ונצמד אליו. כתוצאה מפגיעת הגוף, הקפיץ מתכווץ בשיעור d, עד לנקודה המסומנת באות D (ראה תרשים). נתון שקבוע הקפיץ הוא $40\,\text{N/m}$.

א. חשב את שיעור ההתכווצות המקסימלית של הקפיץ, d.

ב. חשב את זמן המחזור של התנועה ההרמונית הפשוטה של הגוף לאחר היצמדותו לקפיץ.

ג. חשב את משרעת התנועה ההרמונית הפשוטה.

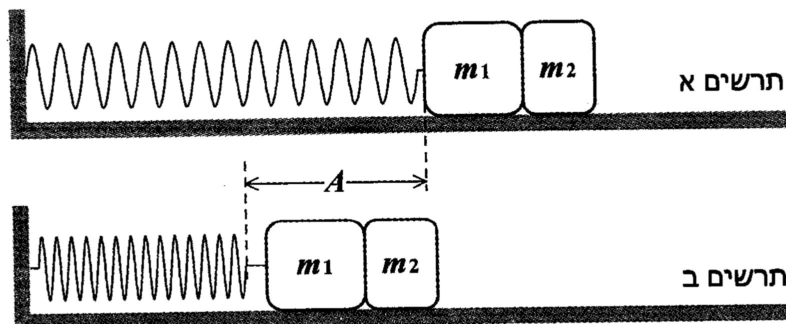
ד. חשב את המהירות המקסימלית של הגוף בתנועתו זו.

ה. חשב את האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית של הקפיץ כאשר התכווצותו מקסימלית.

שאלה 14\פרק 7

מניחים את תיבה 1 על משטח אופקי חלק. התיבה מחוברת לקפיץ שקצהו השני מחובר לקיר, כך שהקפיץ נמצא במצב אופקי כמתואר בתרשים א'. מצדה השני של התיבה מניחים תיבה נוספת (תיבה 2) הצמודה לתיבה 1.

במצב זה דוחפים את התיבה 2, וביחד אתה את התיבה 1, וגורמים לכיווץ הקפיץ בשיעור $A = 20\,\text{cm}$ (תרשים ב'), ולאחר מכן משחררים את המערכת ממנוחה.



נתון: $m_1 = 400\,\text{g}$, $m_2 = 225\,\text{g}$ וקבוע הקפיץ $k = 250\,\text{N/m}$.

א. קבע את מיקום הנקודה שבה התיבה 2 מתנתקת מהתיבה 1. הסבר את תשובתך.

ב. חשב את הזמן שחולף מרגע שחרור המערכת עד לרגע שבו תיבה 2 מתנתקת מהתיבה 1.

ג. חשב את מהירות שתי התיבות ברגע שבו תיבה 2 מתנתקת מהתיבה 1.

ד. חשב את זמן המחזור ואת המשרעת של התנועה ההרמונית הפשוטה של התיבה 1 לאחר שהתיבה 2 מתנתקת ממנה. פרט את חישוביך.

ה. חשב את המרחק בין שתי התיבות ברגע שבו תיבה 1 נעצרת בפעם הראשונה לאחר שהתיבה 2 מתנתקת ממנה.

שאלה 15\פרק 7

מחברים את תיבה 1 לקפיץ אנכי המקובע על משטח אופקי. על התיבה 1 מניחים תיבה נוספת, תיבה 2, ונותנים למערכת להתייצב בנקודת שווי המשקל כמתואר בתרשים א'. במצב זה מסיטים את שתי התיבות כלפי מטה, עד שהקפיץ מתכווץ בשיעור $A=0.3\,\text{m}$ ביחס לנקודת שווי המשקל של המערכת (תרשים ב'), ולאחר מכן משחררים את המערכת ממנוחה.

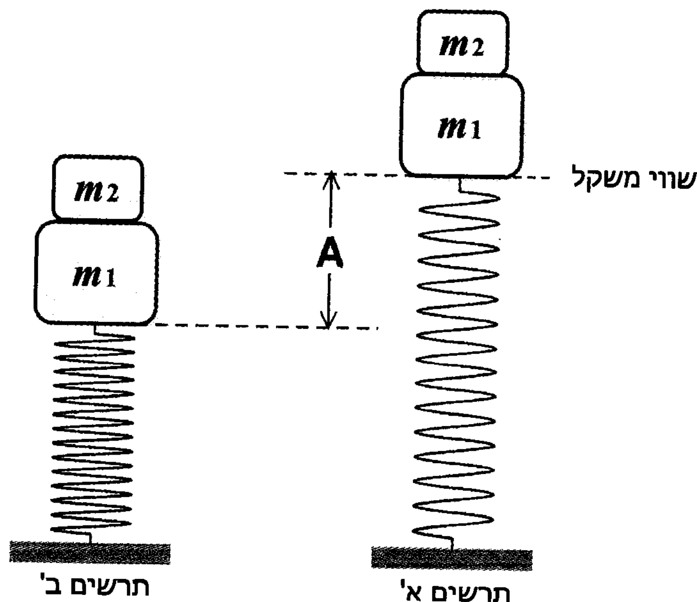
נתון: $m_1=320\,\text{g}$, $m_2=180\,\text{g}$ ו- $k=50\,\text{N/m}$.

א. קבע באיזה נקודה מתנתקת התיבה m_2, במהלך תנועתה, מהתיבה m_1 הקשורה לקפיץ. הסבר את תשובתך.

ב. חשב את זמן המחזור של התנועה ההרמונית של שתי התיבות בהנחה שתיבה 2 לא מתנתקת מתיבה 1.

ג. חשב את המהירות של שתי התיבות ברגע שבו התיבה 2 מתנתקת מתיבה 1.

ד. חשב את משרעת התנועה ההרמונית הפשוטה של התיבה 1 לאחר שהתיבה 2 מתנתקת ממנה.

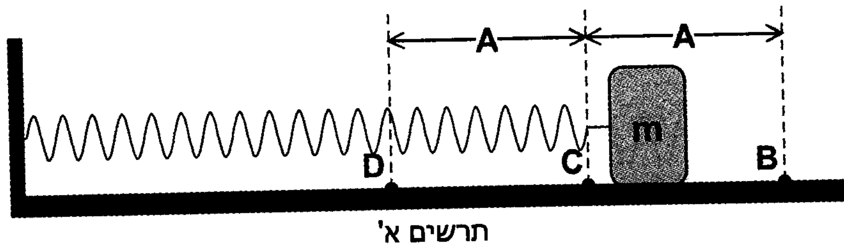


שאלה 16\פרק 7

קבוצת תלמידים מניחה גוף על משטח אופקי נטול חיכוך. התלמידים מחברים את הגוף לקצה של קפיץ, ואת הקצה השני שלו מקבעים לקיר כך שהקפיץ נמצא במצב אופקי. התלמידים מסיטים את

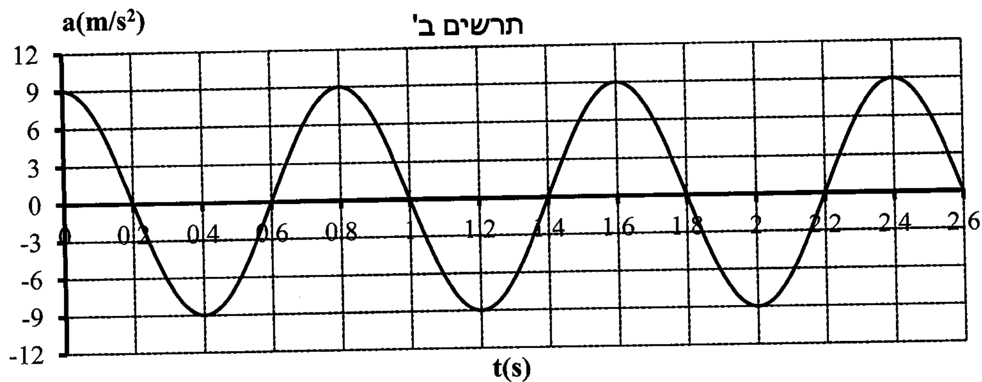
הגוף ממצב שיווי משקל ומשחררים אותו ממנוחה. עקב כך הגוף מתחיל לנוע בתנועה הרמונית פשוטה בין הנקודות B ו-D, כמתואר בתרשים א'.

הנקודה C היא נקודת שווי המשקל ו-A היא משרעת התנועה.



תרשים א'

התלמידים בחרו את הכיוון החיובי של ציר x ימינה, את ראשית הציר $(x=0)$ בנקודת שווי המשקל ומדדו את תאוצת הגוף כפונקציה של הזמן החל מהרגע $t=0$. תוצאות המדידות מוצגות בתרשים ב.



נתון שמסת הגוף היא $m=0.4\,\text{kg}$.

א. העזר בתרשימים א' ו-ב' וקבע את מקום הגוף בזמנים: $t=0\,\text{s}$ ו-$t=0.4\,\text{s}$.

ב. העזר בתרשימים א' ו-ב', וקבע את מקום הגוף בזמנים: $t=0.2\,\text{s}$ ו-$t=0.6\,\text{s}$ ואת כיוון תנועתו.

ג. חשב את הגדלים הבאים:

(1) זמן המחזור, T.

(2) קבוע הקפיץ, k.

(3) משרעת התנועה, A.

ד. הסבר כיצד משתנה הגרף המוצג בתרשים ב' אם מבצעים את השינויים הבאים:

(1) מגדילים את מסת הגוף פי 4 (שאר הגדלים נשארים ללא שינוי).

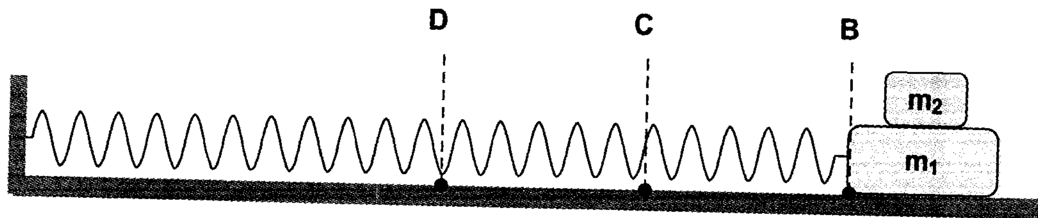
(2) מגדילים את המשרעת פי 2 (שאר הגדלים נשארים ללא שינוי).

שאלה 17\פרק 7

מניחים את התיבה 1 על משטח אופקי וחלק ומחברים אותה לקפיץ המקובע לקיר כך שהקפיץ נמצא במצב אופקי כפי שמתואר בתרשים שלפניך.

על התיבה 1 מניחים את התיבה 2 (ראה תרשים). מושכים את התיבה 1 ימיה עד להעתק A

מנקודת שווי המשקל ומשחררים את המערכת ממנוחה. מתקבלת תנועה הרמונית פשוטה בין הנקודות B ו-D משני צדי הנקודה C, שהיא נקודת שווי המשקל (ראה תרשים). במהלך כל התנועה, תיבה 2 נמצאת במנוחה ביחס לתיבה 1.



נתון: $m_1 = 2\,\text{kg}$, $m_2 = 1.8\,\text{kg}$, $A = 38\,\text{cm}$ וקבוע הקפיץ $k = 150\,\text{N/m}$.

א. חשב את זמן המחזור של התנועה הרמונית של מערכת שתי התיבות.

ב. קבע באילו נקודות על המסלול יש למערכת תאוצה מקסימלית. חשב תאוצה מקסימלית זו.

ג. הגדר כ-$t=0$ את הזמן שבו מערכת שתי התיבות נמצאת בנקודה B ושרטט גרף המתאר את כוח החיכוך הסטטי f_s הפועל על תיבה 2, כפונקציה של הזמן.

ד. חשב את גודל מקדם החיכוך הסטטי המינימלי הדרוש כדי שהתיבה 2 לא תחליק על גבי התיבה 1 במהלך תנועת המערכת. פרט את חישוביך.

ה. חשב את הגודל המקסימלי של משרעת המערכת על מנת שהתיבה 2 לא תחליק על גבי התיבה 1 במהלך התנועה, אם נתון שמקדם החיכוך הסטטי בין התיבה 2 והתיבה 1 הוא $\mu_s = 1$. פרט את חישוביך.

פתרונות שאלות פרק 7 – תנועה הרמונית פשוטה

פתרון שאלה 1\פרק 7

א. הכוחות הפועלים על המשקולת הם: כוח הכובד mg כלפי מטה וכוח האלסטי של הקפיץ $k\Delta\ell$ כלפי מעלה. בנקודת שיווי המשקל מתקיים:

$$k\Delta\ell_0 = mg \quad \Rightarrow \Delta\ell_0 = \frac{mg}{k}$$

כאשר $\Delta\ell_0$ היא התארכות הקפיץ עד לנקודת שווי המשקל.

ב. הכוחות הפועלים על המשקולת בנקודה 1 הם כוח הכובד mg כלפי מטה (בכיוון החיובי של הציר), והכוח האלסטי של הקפיץ, $-k(\Delta\ell_0 + y_1)$ (כולל הסימן), המכוון כלפי מעלה. לכן הכוח השקול הפועל על המשקולת בנקודה 1 הוא:

$$\Sigma F = mg - k(\Delta\ell_0 + y_1)$$

נציב את $\Delta\ell_0$ מסעיף א' ונקבל:

$$\Sigma F = mg - k\left(\frac{mg}{k} + y_1\right)$$

$$\Rightarrow \Sigma F = -ky_1$$

ג. מכיוון שהכוח השקול הפועל על המשקולת בתנועתה האנכית הוא מהצורה $-ky$, אנחנו לומדים שהוא כוח מחזיר הנמצא ביחס ישר למרחק מנקודת שווי המשקל של המשקולת, ומסיקים מכך שתנועת המשקולת היא תנועה הרמונית פשוטה סביב נקודת שווי המשקל.

ד. המשקולת נעה תחת השפעת שני שהם כוח הכבידה והכוח האלסטי של הקפיץ. ממשפט עבודה – אנרגיה בין הנקודות 1 ו-2 בתרשים ג' שבשאלה נקבל:

$$W_{F_{sp}}(1\to 2) + W_{mg}(1\to 2) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$

מתקיים שעבודת כוח הקפיץ:

$$W_{F_{sp}}(1\to 2) = U_{sp1} - U_{sp2} =$$
$$= \tfrac{1}{2}k(\Delta\ell_0 + y_1)^2 - \tfrac{1}{2}k(\Delta\ell_0 + y_2)^2$$

ועבודת כוח הכובד:

$$W_{mg}(1\to 2) = mg\Delta y = mg(y_2 - y_1) =$$
$$mgy_2 - mgy_1$$

נציב $W_{F_{sp}}$ ו- W_{mg} במשפט עבודה אנרגיה ונקבל:

$$\tfrac{1}{2}k(\Delta\ell_0 + y_1)^2 - \tfrac{1}{2}k(\Delta\ell_0 + y_2)^2 +$$
$$mgy_2 - mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$

מכאן:

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + \tfrac{1}{2}k(\Delta\ell_0 + y_1)^2 + (-mgy_1) =$$
$$= \tfrac{1}{2}mv_2^2 + \tfrac{1}{2}k(\Delta\ell_0 + y_2)^2 + (-mgy_2)$$

ה. נפתח את הסוגריים במשוואה שקיבלנו בסעיף הקודם ונקבל:

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2} + ky_1\Delta\ell_0 + \tfrac{1}{2}ky_1^2 - mgy_1 =$$
$$\tfrac{1}{2}mv_2^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2} + ky_2\Delta\ell_0 + \tfrac{1}{2}ky_2^2 - mgy_1$$

ממשוואה זו נקבל את המשוואה הבאה:

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + ky_1\Delta\ell_0 + \tfrac{1}{2}ky_1^2 - mgy_1 =$$
$$= \tfrac{1}{2}mv_2^2 + ky_2\Delta\ell_0 + \tfrac{1}{2}ky_2^2 - mgy_1$$

כעת נציב את הקשר $\Delta\ell_0 = mg/k$ שהתקבל בסעיף א', ונקבל:

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + ky_1\frac{mg}{k} + \tfrac{1}{2}ky_1^2 - mgy_1 =$$
$$= \tfrac{1}{2}mv_2^2 + ky_2\frac{mg}{k} + \tfrac{1}{2}ky_2^2 - mgy_2$$

$$\Rightarrow \tfrac{1}{2}mv_1^2 + \cancel{mgy_1} + \tfrac{1}{2}ky_1^2 \cancel{-mgy_1} =$$
$$= \tfrac{1}{2}mv_2^2 + \cancel{mgy_2} + \tfrac{1}{2}ky_2^2 \cancel{-mgy_2}$$

לכן נקבל בסופו של דבר את הביטוי הבא:

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + \tfrac{1}{2}ky_1^2 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + \tfrac{1}{2}ky_2^2$$

ו. המסקנה היא שחוק שימור האנרגיה עבור משקולת הקשורה לקפיץ אנכי זהה לחוק שימור האנרגיה עבור משקולת אשר נעה על משטח אופקי חלק בהשפעת כוח הקפיץ, בתנאי שהעתק המשקולת הקשורה בקפיץ האנכי $(\Delta\ell)$ נמדד ביחס לנקודת שווי המשקל ולא ביחס לנקודה שבה הקפיץ רפוי.

פתרון שאלה 2\פרק 7

א. מחזור שלם בתנועה הרמונית פשוטה מוגדר כמסלול המשקולת מנקודה מסוימת ועד לחזרתה אל אותה נקודה, כך שלמהירותה יהיה אותו כיוון. חשוב לשים לב שהגדרת "מחזור שלם" יכולה להתקיים גם בהתייחסות לזמן, ואז המחזור השלם (T) יוגדר כזמן בין המצאות המשקולת בנקודה מסוימת ועד לשובה אל אותה הנקודה, כאשר כיוון מהירותה זהה.

מכאן שהמחזור הוא המסלול $BCBAB$ (שים לב! בפעם הראשונה שבו המשקולת חוזרת לנקודה B כיוון המהירות אינו זהה לכיוון המהירות ברגע שהתחלנו למדוד את המחזור). קל יותר לקחת נקודה שבה מהירות המשקולת מתאפסת. במקרה זה המחזור הוא המסלול עד לחזרה בפעם הראשונה לאותה נקודה. כך למשל, אם נתחיל מ-A, המחזור הוא המסלול מ-A עד החזרה בפעם הראשונה לנקודה A, כלומר המחזור הוא: $ABCBA$. חשוב לציין שהן אורך המסלול במחזור שלם והן זמן המחזור זהים ללא קשר לאופן בחירת הנקודה הראשונה.

ב. זמן המחזור של התנועה מורכב משני זמנים:

$T = t_{BCB} + t_{BAB}$

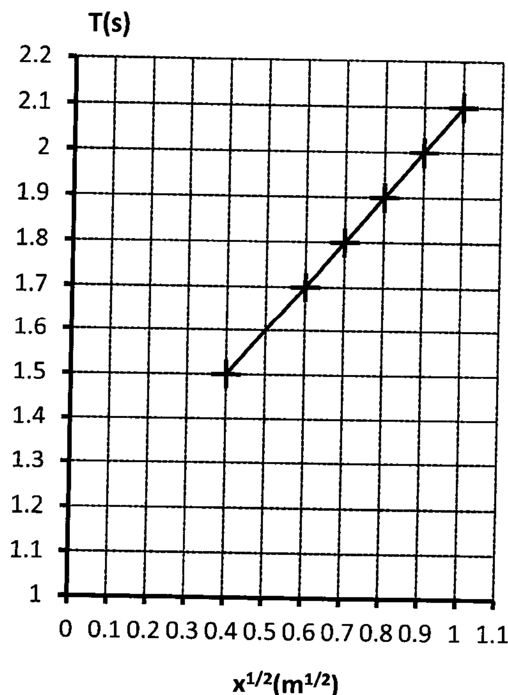
כך ש-t_{BCB} הוא חצי זמן מחזור של מטוטלת מתמטית באורך x, שהוא: $\pi\sqrt{x/g}$, ו-t_{BAB} הוא חצי זמן מחזור של מטוטלת מתמטית באורך ℓ, שהוא: $\pi\sqrt{\ell/g}$. לכן נקבל שזמן המחזור של התנועה המתקבלת הוא:

$$T = \pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} + \pi\sqrt{\frac{x}{g}}$$

ג. על מנת לקבל גרף לינארי יש לשרטט את T כפונקציה של $\sqrt{x}$. לשם כך נכין תחילה טבלה המרכזת את זמני המחזור כפונקציה של $\sqrt{x}$:

$T_1(\text{s})$	$\sqrt{x}\left(\sqrt{\text{m}}\right)$
1.49	0.39
1.65	0.55
1.78	0.67
1.88	0.77
1.97	0.87
2.05	0.95

מטבלה זו נקבל את הגרף הבא. המתאר את T כפונקציה של $\sqrt{x}$:



ד.

(1) על פי הקשר מסעיף ב', שיפוע הגרף מייצג את הגודל: $\pi/\sqrt{g}$. על מנת לחשב את g יש לחשב את שיפוע הגרף. לשם כך נבחר שתי נקודות על הקו הישר, לדוגמה: $(0.4,1.5)$ ו- $(0.7,1.8)$ ונקבל:

$$\frac{\pi}{\sqrt{g}}=\frac{1.8-1.5}{0.7-0.4}=1 \quad \Rightarrow g=9.87\,\text{m/s}^2$$

(2) על מנת לחשב את אורך החוט ℓ יש למצוא קודם את נקודת חיתוך הגרף עם הציר האנכי. לשם כך נציב את השיפוע ואת אחת הנקודות על הגרף במשוואה: $y=ax+b$. השיפוע 1. נבחר נקודה, לדוגמה: $(0.4,1.5)$. נציב ונקבל:

$$1.5=1(0.4)+b \quad \Rightarrow b=1.1$$

לפי הקשר מסעיף ב נקבל:

$$\pi\sqrt{\frac{\ell}{9.87}}=1.1 \quad \Rightarrow \ell=1.21\,\text{m}$$

ה. בהנחה שהשגיאה במדידת הזמן, Δt, היא גודל קבוע, השגיאה היחסית במדידת הזמן היא: $\Delta t/t$, כאשר t הוא הזמן הנמדד. לכן ככל שהזמן שנמדד ארוך יותר, השגיאה היחסית תהיה קטנה יותר. נבהיר זאת:

אם זמן המחזור הוא 1s, והשגיאה במדידת הזמן היא 0.5s, השגיאה היחסית במדידת הזמן היא 50%. לעומת זה, אם נמדוד זמן 10 מחזורים, השגיאה היחסית במדידת הזמן היא: $(0.5\,\text{s}/10\,\text{s})\times 100\%=5\%$, כלומר השגיאה במדידת זמן מחזור אחד היא 0.05s.

פתרון שאלה 3\פרק 7

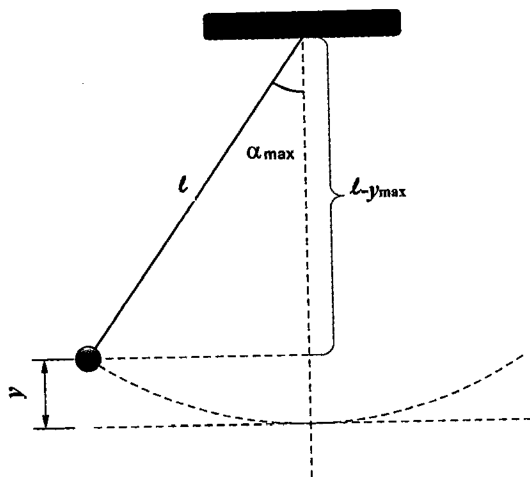
א. זמן המחזור של הפונקציה המתארת את y כפונקציה של הזמן הוא חצי מזמן המחזור של התנועה ההרמונית הפשוטה של המשקולת.

מכוון שזמן המחזור של הפונקציה $y(t)$ הוא שנייה, נקבל שזמן המחזור של התנועה ההרמונית הפשוטה של המשקולת הוא $T=2\,\text{s}$

ב. נשתמש בקשר $T=2\pi\sqrt{\ell/g}$ עבור זמן המחזור של התנועה ההרמונית הפשוטה של מטוטלת מתמטית ונקבל:

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}=2\,\text{s} \quad \Rightarrow \ell=1\,\text{m}$$

ג. ניעזר בתרשים הבא:



על פי תרשים זה מתקיים:

$$\cos\alpha_{max}=\frac{\ell-y_{max}}{\ell}=\frac{100\,\text{cm}-5\,\text{cm}}{100\,\text{cm}}$$

$$\Rightarrow \alpha_{max}=18.2^\circ$$

ד. המשקולת תגיע למהירות מקסימלית בנקודה הנמוכה ביותר במסלול. על מנת לחשב מהירות זו נשתמש בחוק שימור האנרגיה עבור המשקולת בין קצה המסלול והנקודה הנמוכה ביותר:

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2+mgy_1=\tfrac{1}{2}mv_2^2+mgy_2$$

$$0+mgy_{max}=\tfrac{1}{2}mv_{max}^2+0$$

$$\Rightarrow v_{max}=\sqrt{2gy_{max}}=\sqrt{20(0.05)}=1\,\text{m/s}$$

תאוצת המשקולת בנקודה זו היא בכיוון הכוח

השקול שפועל עליה, כלומר בכיוון מרכז הסיבוב. גודל תאוצה זו (תנועה מעגלית) נתון על ידי:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{1^2}{1} = 1\,\text{m/s}^2$$

ה.

(1) כל עוד אורך החוט ℓ קבוע, זמן המחזור של התנועה ההרמונית של המטוטלת (בזוויות קטנות) לא משתנה, ולכן זמן המחזור של הפונקציה $y(t)$ לא משתנה. לכן השינוי היחיד בגרף המתאר את $y(t)$ הוא שהמשרעת קטנה פי 2.

(2) כעת, על פי הקשר $T = 2\pi\sqrt{\ell / g}$, זמן המחזור של המטוטלת המתמטית גדל פי שניים וכתוצאה מכך זמן המחזור של הפונקציה $y(t)$ גדל פי 2.

פתרון שאלה 4\פרק 7

א. נחשב קודם את מהירות הכדור a רגע לפני ההתנגשות. נשתמש בחוק שימור האנרגיה בין הנקודה הגבוהה ביותר והנקודה הנמוכה ביותר במסלול תנועתו:

$$\tfrac{1}{2} m_a v_{a1}^2 + m_a g y_{a1} = \tfrac{1}{2} m_a v_{a2}^2 + m_a g y_{a2}$$
$$0 + g\left(\ell - \ell\cos 18\right) = \tfrac{1}{2} v_{a\max}^2 + 0$$
$$\Rightarrow v_{a\max} = \sqrt{2g\ell\left(1-\cos 18\right)} = 1.25\,\text{m/s}$$

על מנת לחשב את המהירות של כל אחד משני הכדורים מיד אחרי ההתנגשות, נשתמש במשוואות עבור התנגשות אלסטית לחלוטין:

$$\begin{cases} m_a u_a + m_b u_b = m_a v_a + m_b v_b \\ u_a + v_a = u_b + v_b \end{cases}$$

נציב ונקבל:

$$\begin{cases} u_a + 2u_b = 1.25 \\ u_a + 1.25 = u_b \end{cases}$$

משתי המשוואות האלה נקבל:

$$u_a = -\tfrac{5}{12}\,\text{m/s}$$
$$u_b = \tfrac{5}{6}\,\text{m/s}$$

ב. משימור האנרגיה נקבל:

$$h_{a\max} = \frac{u_a^2}{2g} = 8.7\times 10^{-3}\,\text{m} = 0.87\,\text{cm}$$

$$h_{b\max} = \frac{u_b^2}{2g} = 0.035\,\text{m} = 3.5\,\text{cm}$$

ג. תנועת כל אחד משני הכדורים אחרי ההתנגשות היא תנועה הרמונית פשוטה בזמן מחזור זהה שגודלו $T = 2\pi\sqrt{\ell / g}$. לכן שני הכדורים חוזרים לנקודת ההתנגשות הראשונה (בתחתית המסלול) בזמן זהה ומתנגשים שם שוב.

ד. הזמן שחולף מרגע ההתנגשות הראשונה עד להתנגשות השנייה הוא חצי מזמן המחזור של התנועה ההרמונית הפשוטה של אחד הכדורים:

$$t = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = \pi\sqrt{\frac{1.6}{10}} = 1.25\,\text{s}$$

ה. בגלל שההתנגשות היא אלסטית לחלוטין, האנרגיה הקינטית של שני הכדורים נשמרת במהלך ההתנגשות, ועל כן האנרגיה המכנית של המערכת נשמרת. מכאן שהאנרגיה המכנית הכוללת של המערכת בכל רגע ורגע שווה לאנרגיה המכנית ההתחלתית של המערכת, שהיא:

$$E = m_a g h_1 = mg\ell\left(1-\cos 18\right) =$$
$$= \frac{20}{1000}(10)(1.6)\left(1-\cos 18\right) = 0.015\,\text{J}$$

פתרון שאלה 5\פרק 7

א. זמן המחזור של התנועה ההרמונית של מסה התלויה על קפיץ נתון על ידי: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

במקרה שבשאלה, המסה הכוללת היא: $M+m_0n$, כאשר M היא מסת הסל, m_0 היא מסת משקולת בודדת ו-n מספר המשקולות בסל.

נציב $m=M+\mathrm{n}m_0$ בביטוי הנ"ל ונקבל:

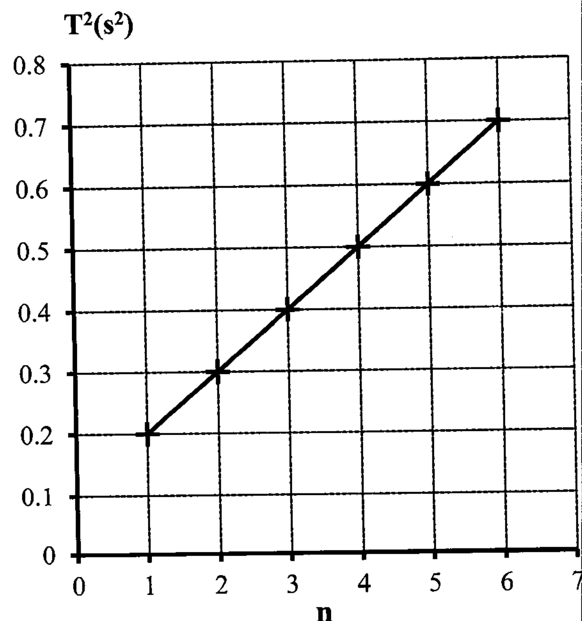
$$T=2\pi\sqrt{\frac{M+m_0n}{k}}$$

$$\Rightarrow T^2=\frac{4\pi^2M}{k}+\frac{4\pi^2m_0}{k}n$$

ב. על מנת לקבל גרף לינארי, יש לשרטט גרף שמתאר T^2 כפונקציה של n. לשם כך נכין קודם טבלה המרכזת את הערכים של T^2 ושל n:

$T^2\left(\mathrm{s}^2\right)$	n
0.2	1
0.3	2
0.4	3
0.5	4
0.6	5
0.7	6

מטבלה זו נקבל את הגרף הבא:



ג.

(1) שיפוע הגרף שהתקבל בסעיף הקודם הוא $0.1\mathrm{s}^2$, ועל פי הביטוי מסעיף א', שיפוע הגרף נתון על ידי $4\pi^2m_0/k$. לכן נקבל:

$$\frac{4\pi^2m_0}{k}=0.1$$

$$\Rightarrow k=\frac{4\pi^2(0.1)}{0.1}=39.5\mathrm{N/m}$$

(2) על מנת לחשב את מסת הסל, יש לחשב נקודת החיתוך של הגרף עם הציר האנכי, המייצגת את הגודל $4\pi^2M/k$.

הגרף חותך את הציר האנכי ב-$0.1\mathrm{s}^2$. לכן נקבל:

$$\frac{4\pi^2M}{k}=0.1$$

$$\Rightarrow M=\frac{(0.1)k}{4\pi^2}=0.1\mathrm{kg}$$

ד.

(1) במקרה המתואר בשאלה המשרעת שווה למרחק נקודת שווי המשקל כאשר $n=5$ מנקודת שווי המשקל כאשר $n=3$:

$$A=\frac{(M+5m_0)g}{k}-\frac{(M+2m_0)g}{k}=\frac{3m_0g}{k}=$$

$$=\frac{3(0.1)10}{39.5}=0.0759\cong0.08\mathrm{m}$$

(2)

$$T=2\pi\sqrt{\frac{M+2m_0}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{0.1+2(0.1)}{39.5}}=$$

$$=0.55\mathrm{s}$$

(3) המהירות המקסימלית מתקבלת בנקודת שווי המשקל החדשה. על מנת לחשב מהירות זו, נשתמש בחוק שימור האנרגיה עבור קפיץ אנכי (ראה בעיה 1 בפרק זה), שהוא:

$$\tfrac{1}{2}(M+2m_0)v_1^2+\tfrac{1}{2}ky_1^2=\tfrac{1}{2}(M+2m_0)v_2^2+\tfrac{1}{2}ky_2^2$$

כאשר:

$v_1=0$, $y_1=A$, $v_2=v_{\max}$ ו-$y_2=0$. נציב ונקבל:

$$0+\tfrac{1}{2}(39.5)(0.08)^2=\tfrac{1}{2}(0.3)v_{max}^2+0$$
$$\Rightarrow v_{max}=0.92\,\text{m/s}$$

פתרון שאלה 6\פרק 7

א. נבחר את הכיוון החיובי של ציר x ימינה ואת $x=0$ בנקודת שווי המשקל. כאשר מסיטים את הגוף בשיעור x מנקודת שווי המשקל, יפעל עליו כוח שקול הנתון על ידי:
$$\Sigma F=-k_1x+(-k_2x)=-(k_1+k_2)x=$$
$$=-k_Tx$$

כאשר: $k_T=k_1+k_2=100\,\text{N/m}$.

על פי התוצאה האחרונה, הכוח המחזיר הוא ביטוי מהצורה $F=-kx$, על כן התנועה של הגוף היא תנועה הרמונית פשוטה.

ב.

(1) $A=10\,\text{cm}$.

(2) $$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k_T}}=2\pi\sqrt{\frac{0.4}{100}}=0.4\,\text{s}$$

(3) המהירות המקסימלית של הגוף היא בנקודת שווי המשקל. על מנת לחשב מהירות זו, נרשום את חוק שימור האנרגיה בין נקודת שווי המשקל ונקודת קצה של התנועה ההרמונית הפשוטה:
$$\tfrac{1}{2}mv_1^2+\tfrac{1}{2}k_Tx_1^2=\tfrac{1}{2}mv_2^2+\tfrac{1}{2}k_Tx_2^2$$
$$0+\tfrac{1}{2}(100)(0.1)^2=\tfrac{1}{2}(0.4)v_{max}^2+0$$
$$\Rightarrow v_{max}=\pm1.58\,\text{m/s}$$

ג. במקרה זה הכוח המחזיר הוא:
$$F=F_{sp1}+F_{sp2}=(-k_1x)+(-k_2x)=$$
$$=-(k_1+k_2)x=-100x$$

ושוב מקבלים את אותו כוח מחזיר כמו בסעיף א'. לכן נקבל גם אותה תנועה הרמונית פשוטה, והתשובות לסעיף ב' לא תשתנינה.

פתרון שאלה 7\פרק 7

א. על פי הגרף, ב-$t=0$ מהירות המשקולת היא אפס. לכן המשקולת נמצאת בקצוות המסלול (בנקודה הנמוכה ביותר או בזו הגבוהה ביותר). מכיוון שמיד אחרי $t=0$ מהירות המשקולת נהיית חיובית, ניתן להסיק שהמשקולת נמצאת בנקודה הנמוכה ביותר במסלול ושהיא נעה בכיוון החיובי (כלפי מעלה).

ב. על פי הגרף, זמן המחזור הוא $T=0.8\text{s}$.

ג. על פי הקשר: $T=2\pi\sqrt{m/k}$, נקבל:
$$k=\frac{4\pi^2m}{T^2}=\frac{4\pi^2(0.3)}{(0.8)^2}=18.5\,\text{N/m}$$

ד. מהקשר $v=\pm\sqrt{k/m\left(A^2-y^2\right)}$ המתקבל משימור האנרגיה, מקבלים שהמהירות המקסימלית היא בנקודת שווי המשקל, $y=0$. לכן נקבל:
$$v_{max}=\pm\sqrt{\frac{k}{m}}A$$
$$\Rightarrow 2=\pm\sqrt{\frac{18.5}{0.3}}A\quad\Rightarrow A=0.25\,\text{m}$$

כאשר הצבנו $v_{max}=2\,\text{m/s}$ מהגרף.

ה. תאוצת המשקולת נתונה על ידי:
$$a=\pm\frac{ky}{m}$$

כאשר y הוא המקום ביחס לנקודת שווי המשקל (כלומר יחסית ל-$y=0$). לפי קשר זה, התאוצה המקסימלית מתקבלת עבור הערכים המקסימליים של ההעתק, כלומר עבור $y=\pm A$, כך שמתקיים:
$$a_{max}=\pm\frac{(18.5)(0.25)}{0.3}=$$
$$=\pm15.42\,\text{m/s}^2$$

פתרון שאלה 8\פרק 7

א. הכוח השקול הפועל על המשקלת נתון על ידי הביטוי $\Sigma F=-ky$ כש- y הוא ההעתק ביחס ל-$y=0$, נקודת שווי המשקל של המשקולת. מכאן שתאוצת המשקולת כפונקציה של y נתונה על ידי:

$$a=-\frac{ky}{m}$$

מכיוון שעל פי הגרף שבשאלה תאוצת המשקולת ב-$t=0$ היא מקסימלית ושלילית בכיוונה, ניתן להסיק מהמשוואה האחרונה ש-y חיובי ושיש לו ערך מקסימלי שהוא $y=+A$. מכאן שהמשקולת נמצאת בזמן $t=0$ בנקודה הרחוקה ביותר בכיוון החיובי (הנקודה בגבוהה ביותר כלפי מעלה).

ב. על פי הגרף זמן מחזור שלם הוא $T=0.6\text{s}$.

ג.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\Rightarrow k=\frac{4\pi^2 m}{T^2}=\frac{4\pi^2(0.2)}{(0.6)^2}=21.9\,\text{N/m}$$

ד.

$$a_{\max}=\pm\frac{kA}{m}$$

$$\Rightarrow A=\pm\frac{ma_{\max}}{k}=\pm\frac{0.2(5)}{21.9}=$$

$$=0.045\,\text{m}=4.5\,\text{cm}$$

ה. מהקשר: $v=\pm\sqrt{k/m\left(A^2-y^2\right)}$ נקבל שהמהירות המקסימלית היא בנקודת שווי המשקל: $y=0$. לכן נקבל:

$$v_{\max}=\pm\sqrt{\frac{k}{m}}A=\pm\sqrt{\frac{21.9}{0.2}}(0.045)=0.47\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

פתרון שאלה 9\פרק 7

א. המשקולת m_1 נעה בתנועה הרמונית פשוטה.

ב. משרעת התנועה נתונה על ידי:

$$A=\frac{(m_1+m_2)g}{k}-\frac{m_1 g}{k}=\frac{m_2 g}{k}=\frac{4}{20}=0.2\,\text{m}$$

ג.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{0.2}{20}}=0.63\,\text{s}$$

$$\Rightarrow f=1.59\,\text{Hz}$$

ד.

$$v_{\max}=\pm\sqrt{\frac{k}{m_1}}A=\pm\sqrt{\frac{20}{0.2}}(0.2)=$$

$$\Rightarrow v_{\max}=2\,\text{m/s}$$

פתרון שאלה 10\פרק 7

מקרה ראשון: הפלסטלינה נופלת על הגוף כשהוא היה בקצה המסלול.

א. משרעת התנועה לא משתנה כי מהירות הגוף ביחד עם הפלסטלינה היא אפס בנקודה זו.

ב. זמן המחזור גדל כי מסת הגוף גדלה:

$$T_2=2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\times\sqrt{2}=\sqrt{2}T_1$$

$$\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{2}$$

ג. לחישוב $v_{\max}$ בתנועה ההרמונית המקורית נשתמש בחוק שימור האנרגיה בין נקודת הקצה ונקודת שווי המשקל:

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2+\tfrac{1}{2}kx_1^2=\tfrac{1}{2}mv_2^2+\tfrac{1}{2}kx_2^2$$

$$0+\tfrac{1}{2}kA^2=\tfrac{1}{2}mv_{\max 1}^2+0$$

$$\Rightarrow v_{\max 1}=\pm A\sqrt{\frac{k}{m}}$$

אחרי שהפלסטלינה נפלה על הגוף ונצמדה

אליו, נקבל:

$$v_{\max 2}=\pm A\sqrt{\frac{k}{2m}}=\pm\frac{A}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{k}{m}}=\frac{v_{\max 1}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{v_{\max 2}}{v_{\max 1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

ד. חוק שימור האנרגיה קובע שהאנרגיה המכנית הכוללת של המערכת שווה לאנרגיה המכנית הכללית בקצוות המסלול, שהיא:

$$E_T=\tfrac{1}{2}kA^2$$

מכיוון שהמשרעת לא השתנתה, נקבל שהאנרגיה המכנית הכוללת של המערכת לא תשתנה עקב נפילת פיסת הפלסטלינה.

ה. התאוצה המקסימלית לפני נפילת פיסת הפלסטלינה על הגוף נתונה על ידי:

$$a_{\max 1}=\pm\frac{kA}{m}$$

לאחר נפילת פיסת הפלסטלינה על הגוף, המסה הכוללת גדלה פי שניים, לכן התאוצה המקסימלית תקטן פי שניים:

$$a_{\max 2}=\pm\frac{kA}{2m}=\tfrac{1}{2}\left(\pm\frac{kA}{m}\right)=\tfrac{1}{2}a_{\max 1}$$

$$\Rightarrow \frac{a_{\max 2}}{a_{\max 1}}=\frac{1}{2}$$

מקרה שני: הפלסטלינה נופלת על הגוף כשהוא היה בנקודת שווי המשקל.

במקרה הנוכחי יותר קל להתחיל מסעיף ג.

ג. נשתמש בחוק שימור התנע בכיוון האופקי: מהירות הגוף לפני ההתנגשות היא $v_{1\max}$. רכיב מהירות פיסת הפלסטלינה בכיוון האופקי רגע לפני ההתנגשות הוא אפס. לכן נקבל שהמהירות המשותפת, $v_{2\max}$, של הגוף ושל פיסת הפלסטלינה לאחר ההתנגשות היא:

$$mv_{1\max}+0=(m+m)v_{2\max}$$

$$\Rightarrow v_{2\max}=\tfrac{1}{2}v_{1\max} \quad \Rightarrow \frac{v_{2\max}}{v_{1\max}}=\frac{1}{2}$$

א. מתוך הקשר: $v=\pm\sqrt{k/m\left(A^2-y^2\right)}$

נקבל:

$$v_{\max}=\pm A\sqrt{k/m}$$

$$\Rightarrow A=\pm\sqrt{\frac{m}{k}}v_{\max}$$

מהקשר האחרון נקבל:

$$A_2=\pm\sqrt{\frac{2m}{k}}v_{\max 2}$$

$$A_1=\pm\sqrt{\frac{m}{k}}v_{\max 1}$$

$$\Rightarrow \frac{A_2}{A_1}=\sqrt{2}\left(\frac{v_{\max 2}}{v_{\max 1}}\right)=\sqrt{2}\frac{1}{2}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

ד. האנרגיה המכנית הכללית של המערכת:

$$E'_T=\tfrac{1}{2}kA'^2=\tfrac{1}{2}k\left(\tfrac{1}{\sqrt{2}}A\right)^2=\tfrac{1}{2}\left(\tfrac{1}{2}kA^2\right)=\tfrac{1}{2}E_T$$

$$\Rightarrow \frac{E'_T}{E_T}=\frac{1}{2}$$

ה.

$$a_{\max 1}=\frac{kA}{m}$$

$$a_{\max_2}=\frac{kA'}{2m}=\frac{k\left(\frac{1}{\sqrt{2}}A\right)}{2m}=\frac{1}{2\sqrt{2}}\frac{kA}{m}$$

$$\Rightarrow a'_{\max}=\tfrac{1}{2\sqrt{2}}a_{\max 1}$$

$$\Rightarrow \frac{a'_{\max}}{a_{\max 1}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

ב.

$$T_2=2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\times\sqrt{2}=\sqrt{2}T_1$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1}=\sqrt{2}$$

פתרון שאלה 11\פרק 7

א. חוק שימור התנע אינו מתקיים במקרה זה כי מערכת שני הגופים אינה מערכת סגורה. על הגוף 2 פועל במהלך ההתנגשות כוח הקפיץ $\left(F_{sp}\right)$.

התנאי שצריך להתקיים על מנת שיתקיים חוק שימור התנע הוא שהכוח שמפעיל הקפיץ על מערכת שני הגופים במהלך ההתנגשות יהיה זניח ביחס לכוחות הפועלים בין שני הגופים במהלך ההתנגשות. קיום תנאי זה מותנה בכך שזמן ההתנגשות (Δt) קטן מאוד ביחס לזמן המחזור (T) של התנועה ההרמונית הפשוטה $(\Delta t \ll T)$. דבר זה מבטיח שההתנגשות מסתיימת בטרם הקפיץ הספיק להתכווץ משמעותית, כך שהכוח שהוא מפעיל זניח.

ב. שימור תנע:

$$(m_1+m_2)u = m_1 v + 0$$
$$\Rightarrow u = \frac{m_1 v}{m_1+m_2} = \frac{0.6\times 2}{2} = 0.6\,\mathrm{m/s}$$

ג. משימור האנרגיה נקבל:

$$\tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2}(m_1+m_2)u^2$$
$$\Rightarrow A = u\sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}} = 0.6\sqrt{\frac{2}{50}} = 0.12\,\mathrm{m}$$

ד.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{50}} = 1.26\,\mathrm{s}$$

ה.

(א) נרשום את המשוואות המתקיימות בהתנגשות אלסטית לחלוטין:

$$\begin{cases} m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2 \\ u_1 + v_1 = u_2 + v_2 \end{cases}$$

מהמשוואה הראשונה נקבל:

$$0.6u_1 + 1.4u_2 = 0.6\times 2 + 0$$
$$\Rightarrow (1)\quad 0.3u_1 + 0.7u_2 = 0.6$$

ומהמשוואה השנייה נקבל:

$$u_1 + v_1 = u_2 + v_2$$
$$\Rightarrow u_1 + 2 = u_2 + 0$$
$$\Rightarrow (2)\ u_1 = u_2 - 2$$

נציב 2 ב-1 ונקבל:

$$0.3(u_2-2) + 0.7u_2 = 0.6$$
$$\Rightarrow 0.3u_2 - 0.6 + 0.7u_2 = 0.6$$
$$\Rightarrow u_2 = 1.2\,\mathrm{m/s}$$
$$\Rightarrow u_1 = -0.8\,\mathrm{m/s}$$

(ב) משימור אנרגיה נקבל:

$$\tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2}m_2u_2^2$$
$$\Rightarrow A = u_2\sqrt{\frac{m_2}{k}} = 1.2\sqrt{\frac{1.4}{50}} = 0.2\,\mathrm{m}$$

(ג)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1.4}{50}} = 1.05\,\mathrm{s}$$

פתרון שאלה 12\פרק 7

א. ברגע $t=0$ מהירות הגוף היא אפס, לכן הגוף נמצא ברגע זה בקצה המסלול, כלומר באחת משתי הנקודות B או D. מכיוון שמהירות הגוף מיד אחרי $t=0$ נעשית חיובית (ראה גרף בתרשים ב' שבשאלה), כלומר הגוף נע בכיוון החיובי, ניתן להסיק מכך שהגוף נמצא בזמן $t=0$ בנקודה D.

בזמן $t=0.5\mathrm{s}$ המהירות היא אפס, לכן הגוף נמצא בזמן זה באחת משתי הנקודות B או D. מכיוון שמהירות הגוף מיד אחרי $t=0.5\mathrm{s}$ נעשית שלילית (ראה גרף), אנו למדים שהגוף נע בכיוון השלילי, וניתן להסיק מכך שהגוף נמצא בזמן $t=0.5\mathrm{s}$ בנקודה B.

ב. ב-$t=0.25\mathrm{s}$ מהירות הגוף מקסימלית וחיובית. לכן בזמן זה הגוף נמצא בנקודת שווי המשקל, C, ונע ימינה.

ב-$t=0.75\mathrm{s}$ מהירות הגוף מקסימלית (בערכה המוחלט) ושלילית. לכן, בזמן זה הגוף נמצא שוב בנקודת שווי המשקל, C, אבל נע שמאלה.

ג.

(1) על פי הגרף המוצג בתרשים ב' מתקיים $T=1\text{s}$.

(2)

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$
$$\Rightarrow k=\frac{4\pi^2 m}{T^2}=\frac{4\pi^2(0.4)}{1^2}=15.8\,\text{N/m}$$

(3) מתקיים:

$$v_{max}=A\sqrt{k/m}$$
$$\Rightarrow A=v_{max}\sqrt{\frac{m}{k}}=2\sqrt{\frac{0.4}{15.8}}=0.32\,\text{m}$$

ד. השטח הכלוא בין עקומת המהירות ובין ציר הזמן במרווח הזמנים $t=0.5\text{s}$ ועד- $t=1\text{s}$ שווה להעתק של הגוף בין שני זמנים אלה. ב- $t=0.5$ הגוף נמצאת בנקודה B וב- $t=1\text{s}$ הגוף נמצאת בנקודה D. לכן השטח שווה להעתק מ- B עד D, שהוא:

$$\Delta x=-2A=-0.64\,\text{m}$$

ה. לפי משפט עבודה – אנרגיה קינטית מתקיים:

$$\Sigma W_F(1\to 2)=\tfrac{1}{2}mv_2^2-\tfrac{1}{2}mv_1^2$$

הכוח היחיד המבצע עבודה על הגוף בתנועתו בין שני זמנים אלה הוא כוח הקפיץ. לכן נקבל:

$$W_{F_{sp}}(1\to 2)=\tfrac{1}{2}mv_2^2-\tfrac{1}{2}mv_1^2$$

מכיון שמתקיים: $v_2=-2\,\text{m/s}$ ו- $v_1=2\,\text{m/s}$, נקבל: $W_{F_{sp}}(1\to 2)=0$.

פתרון שאלה 13\פרק 7

א. יש מספר גישות לפתור את הסעיף הזה.

גישה ראשונה: נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה קינטית בין שתי הנקודות B ו- D. מתקיים:

$$W_{mg}(B\to D)+W_{F_{sp}}(C\to D)=\tfrac{1}{2}mv_D^2-\tfrac{1}{2}mv_B^2$$

מתקיים: $v_D=v_B=0$,

$$W_{F_{sp}}(C\to D)=\tfrac{1}{2}k\Delta\ell_C^2-\tfrac{1}{2}k\Delta\ell_D^2=0-\tfrac{1}{2}kd^2$$
$$W_{mg}(B\to D)=mgh_B-mgh_D$$

אם נבחר את מישור הייחוס לאנרגיה הפוטנציאלית הכובדית להיות המישור האופקי שעובר ב- D, נקבל:

$$W_{mg}(B\to D)=mg(h+d)-0$$

נציב זאת במשפט-עבודה אנרגיה קינטית ונקבל:

$$mg(h+d)+\left(0-\tfrac{1}{2}kd^2\right)=0$$
$$\Rightarrow 4(0.4+d)-20d^2=0$$
$$\Rightarrow 20d^2-4d-1.6=0$$
$$\Rightarrow d_1=0.4\,\text{m}\qquad \cancel{d_2=-0.2\,\text{m}}$$

גישה שנייה (חילופי אנרגיה): כאשר הגוף נופל מ- B ומגיע אל D הוא מפסיד אנרגיה פוטנציאלית כובדית בשיעור $mg(h+d)$. אנרגיה זו הופכת לאנרגיה פוטנציאלית אלסטית ששיעורה $\frac{1}{2}kd^2$. משימור האנרגיה מתקיים:

$$mg(h+d)=\tfrac{1}{2}kd^2$$
$$\Rightarrow 20d^2-4d-1.6=0$$

וכמובן נקבל את אותם פתרונות כקודם.

ב. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{0.4}{40}}=0.63\,\text{s}$

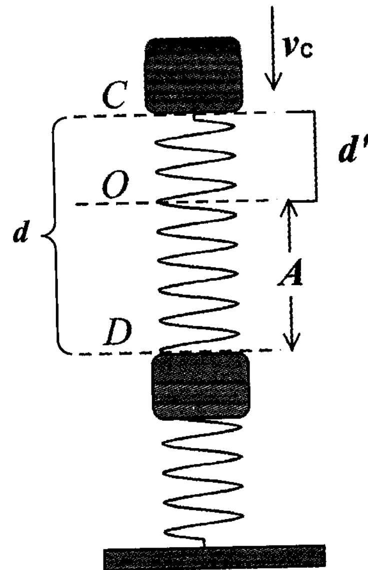
ג. משרעת התנועה שווה למרחק הנקודה D מנקודת שווי המשקל O כפי שניתן לראות בתרשים הבא.

שיעור התכווצות הקפיץ עד לנקודת שווי המשקל, שיסומן ב- d', מתקבל מהקשר:

$$kd'=mg$$
$$\Rightarrow d'=\frac{mg}{k}=\frac{4}{40}=0.1\,\text{m}$$

מכאן נקבל (ראה תרשים למעלה):

$$A = d - d' = 0.4 - 0.1 = 0.3\,\text{m}$$



ד. המהירות המקסימלית מתקבלת בנקודת שווי המשקל (הנקודה O בתרשים בסעיף הקודם). מתקיים:

$$v_{\max} = \pm A\sqrt{\frac{k}{m}} = \pm 0.3\sqrt{\frac{40}{0.4}} = 3\,\text{m/s}$$

ה. $U_{\text{sp}D} = \frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}(40)(0.4)^2 = 3.2\,\text{J}$

פתרון שאלה 14\פרק 7

א. עד לנקודת שווי המשקל (הנקודה שבה הקפיץ רפוי), שתי התיבות נעות בתאוצה בהשפעת הכוח שהקפיץ מפעיל. במצב זה תיבה 1 מפעילה כוח על התיבה 2 וגורמת לה לנוע בתאוצה ביחד אתה. מעבר לנקודת שווי המשקל, התיבה 1 מתחילה להאט בהשפעת כוח הקפיץ, ולעומתה התיבה 2 ממשיכה לנוע במהירות קבועה. לכן תיבה 2 מתנתקת מתיבה 1 בנקודת שווי המשקל.

ב. הזמן שחולף מרגע שחרור המערכת עד לרגע שבו תיבה 2 מתנתקת מהתיבה 1, הוא רבע מזמן המחזור של התנועה ההרמונית הפשוטה, כשהמסה הכוללת היא $(m_1 + m_2)$.

לכן:

$$t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4}\left(2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}\right) =$$

$$= \frac{1}{4}\left(2\pi\sqrt{\frac{0.4 + 0.225}{250}}\right) = 0.078\,\text{s}$$

ג. נבחר את הכיוון החיובי ימינה ונקבל:

$$v = v_{\max} = A\sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 0.2\sqrt{\frac{250}{0.625}} = 4\,\text{m/s}$$

ד. זמן המחזור:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{250}} = 0.25\,\text{s}$$

לחישוב המשרעת, נשתמש בקשר:

$$v_{\max} = A\sqrt{\frac{k}{m_1}}$$

$$\Rightarrow A = v_{\max}\sqrt{\frac{m_1}{k}} = 4\sqrt{\frac{0.4}{250}} = 0.16\,\text{m}$$

ה. הזמן שחולף מרגע התנתקות תיבה 2 מתיבה 1, עד לרגע עצירת תיבה 1 בפעם הראשונה הוא רבע מזמן המחזור של התיבה 1:

$$t' = \frac{T'}{4} = \frac{0.25}{4} = 0.0625\,\text{s}$$

במהלך זמן זה תיבה 1 עוברת מרחק של:

$$x_1 = A = 0.16\,\text{m}$$

לעומת זה, תיבה 2 עוברת מרחק של:

$$x_2 = v_2 t' = 4(0.0625) = 0.25\,\text{m}$$

לכן המרחק בין שתי התיבות ברגע זה הוא:

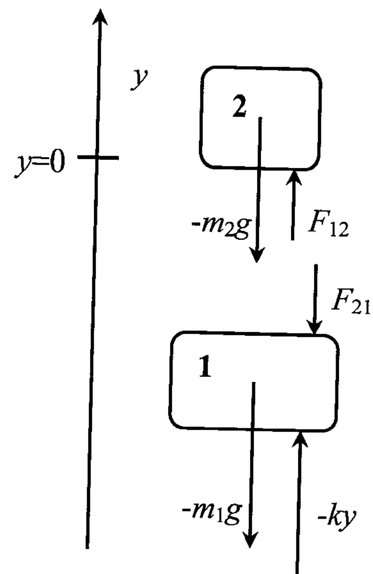
$$\Delta x = 0.25\,\text{m} - 0.16\,\text{m} = 0.09\,\text{m}$$

פתרון שאלה 15\פרק 7

א. בתרשים הבא מתוארים הכוחות הפועלים על כל אחת משתי התיבות, כאשר בחרנו את הכיוון החיובי של ציר y כלפי מעלה, ואת $y = 0$ בקצה העליון של הקפיץ במצבו הרפוי.

F_{12} הוא הכוח שתיבה 1 מפעילה על תיבה 2

ו- F_{21} הוא הכוח שתיבה 2 מפעילה על תיבה 1.



שים לב! הגודל $-ky$ הוא חיובי כי $y<0$.

עבור התיבה 1 מתקיים:

$$a_1=\frac{-ky-m_1g-F_{21}}{m_1}$$

ועבור התיבה 2 מתקיים:

$$a_2=\frac{F_{12}-m_2g}{m_2}$$

כל עוד $a_1=a_2$ שתי התיבות נעות ביחד כגוף אחד. כאשר מתקיים: $a_1\le a_2$, התיבה 2 מתנתקת מהתיבה 1, ובמקרה זה מתקיים ש- F_{12} ו- F_{21} מתאפסים. מכאן שהתיבה 2 מתנתקת מתיבה 1 כאשר מתקיים:

$$a_1\le a_2$$

$$\Rightarrow\frac{-ky-m_1g}{m_1}\le\frac{-m_2g}{m_2}$$

$$\Rightarrow -ky-m_1g\le -m_1g$$

$$\Rightarrow ky\ge 0\quad\Rightarrow y\ge 0$$

על פי התוצאה האחרונה, ההתנתקות מתרחשת ב- $y=0$ שהיא הנקודה בה הקפיץ נמצא במצב רפוי.

ב.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{0.32+0.18}{50}}=0.63\,\text{s}$$

ג. שתי התיבות נעות ביחד בתנועה הרמונית פשוטה סביב לנקודת שווי המשקל שלהן, שהיא:

$$y_0=\frac{(m_1+m_2)g}{k}=\frac{5}{50}=0.1\,\text{m}$$

לכן שתי התיבות מבצעות תנועה הרמונית פשוטה סביב לנקודת שווי המשקל במשרעת של $A=0.3\,\text{m}$.

על מנת לחשב את מהירות כל אחת משתי התיבות ברגע שבו תיבה 2 מתנתקת מתיבה 1, נבחר את הכיוון החיובי של ציר y כלפי מעלה ואת $y=0$ בנקודת שווי המשקל של שתי התיבות. נשתמש בקשר: $v=\omega\sqrt{A^2-y^2}$, שמתקבל מחוק שימור האנרגיה, כאשר y במקרה זה הוא מקום הנקודה שבה התיבה 2 מתנתקת מתיבה 1. ביחס לנקודת שווי המשקל (כלומר ביחס ל- $y=0$ שבחרנו). מתקיים $y=0.1\,\text{m}$ ו- $A=0.3\,\text{m}$. לכן נקבל:

$$v=\sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}}\sqrt{A^2-y^2}=$$

$$=\sqrt{\frac{50}{0.5}}\sqrt{0.3^2-0.1^2}=2.83\,\text{m/s}$$

ד. נשתמש שוב בקשר: $v=\omega\sqrt{A^2-y^2}$, כאשר $\omega=\sqrt{k/m_1}$, $v=2.83\,\text{m/s}$, ו- y הוא מרחק התיבה 1 מנקודת שווי המשקל שלה בנקודה שבה הקפיץ רפוי. נקודת שווי המשקל עבור תיבה 1 היא:

$$y_0=\frac{m_1g}{k}=\frac{3.2}{50}=0.064\,\text{m}$$

מכיוון שכאשר מהירותה היא $v=2.83\,\text{m/s}$ התיבה 1 נמצאת בנקודה בה הקפיץ רפוי, נקבל ש- $y=0.064\,\text{m}$. נציב ונקבל:

$$v=\omega\sqrt{A^2-y^2}$$

$$2.83=\sqrt{\frac{50}{0.32}}\sqrt{A^2-0.064^2}$$

$$\Rightarrow A=0.055\,\text{m}$$

פתרון שאלה 16\פרק 7

א. תאוצת הגוף נתונה על ידי:

$$a=\frac{F_{sp}}{m}=\frac{-kx}{m}$$

מהעובדה שבזמן $t=0$ התאוצה חיובית ומקסימלית, ניתן להסיק ש-$x=-A$. כלומר שהגוף נמצא בנקודה D.

בזמן $t=0.4\text{s}$ תאוצת הגוף שלילית מקסימלית (בערכה המוחלט), לכן בזמן זה $x=+A$. כלומר הגוף נמצא בנקודה B.

ב. ב-$t=0.2\text{s}$ התאוצה מתאפסת. לכן $x=0$ והגוף נמצא בנקודה C.

לגבי כיוון התנועה, מכיוון שלפני הרגע $t=0.2\text{s}$ התאוצה היא חיובית, ואחריו שלילית, ומכיוון שהתאוצה נתונה על ידי $a=-kx/m$, ניתן להסיק שלפני ה- $t=0.2\text{s}$ x שלילי ואחרי $t=0.2\text{s}$ x חיובי, כלומר שהגוף מתקדם בכיוון החיובי.

ב-$t=0.6\text{s}$ התאוצה מתאפסת. לכן $x=0$ והגוף נמצא שוב בנקודה C.

לגבי כיוון התנועה, מכיוון שלפני $t=0.6\text{s}$ התאוצה שלילית, ואחריו חיובית, ומכיוון שהתאוצה נתונה על ידי $a=-kx/m$, ניתן להסיק שלפני $t=0.6\text{s}$ ה-x חיובי ואחרי $t=0.6\text{s}$ x שלילי, כלומר הגוף מתקדם בכיוון השלילי.

ג.

(1) על פי הגרף: $T=0.8\text{s}$.

(2) נשתמש בקשר: $T=2\pi\sqrt{m/k}$, ונקבל:

$$k=\frac{4\pi^2m}{T^2}=\frac{4\pi^2(0.4)}{0.8^2}=24.67\,\text{N/m}$$

(3)

$$a_{max}=\frac{kA}{m}$$

$$\Rightarrow A=\frac{ma_{max}}{k}=\frac{0.4\times 9}{24.67}=0.146\,\text{m}$$

ד.

(1) אם מגדילים את המסה פי 4, יחולו בגרף השינויים הבאים:

א. על פי הקשר $T=2\pi\sqrt{m/k}$, זמן המחזור יגדל פי שניים ויהיה 1.6s.

ב. על פי הקשר: $a_{max}=-kA/m$, הערך המקסימלי של התאוצה יקטן פי 4.

(2) אם מגדילים את המשרעת פי 2, אז לפי הקשר $a_{max}=-kA/m$, הערך המקסימלי של התאוצה יגדל פי 2. לעומת זה זמן המחזור של התנועה לא ישתנה.

פתרון שאלה 17\פרק 7

א. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{2+1.8}{150}}=1\text{s}$.

ב. נבחר את הכיוון החיובי של ציר x ימינה ואת $x=0$ בנקודת שווי המשקל, C, ונקבל מהחוק השני של ניוטון:

$$a=\frac{F_{sp}}{\Sigma m}=\frac{-kx}{\Sigma m}$$

על פי הביטוי האחרון, התאוצה מקבלת ערכים מקסימליים עבור $x=\pm A$, כלומר בקצוות המסלול (הנקודות B ו-D). מתקיים:

$$a_{max}=\frac{-k(\pm A)}{\Sigma m}=\mp\frac{kA}{m_1+m_2}=$$

$$=\mp\frac{150(0.2)}{2+1.8}=\mp 15\,\text{m/s}^2$$

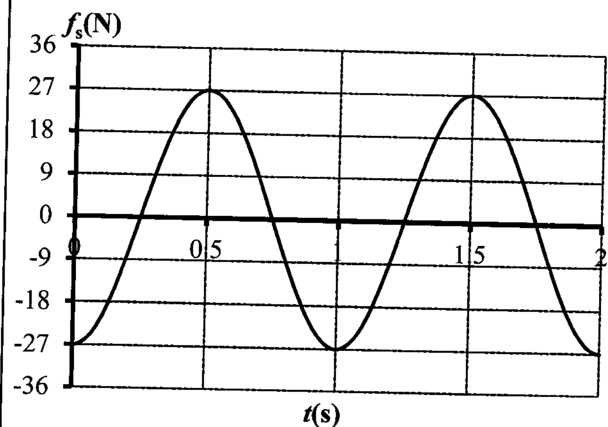
ג. על פי החוק השני של ניוטון מתקיים: $f_s(t)=m_2a(t)$, כאשר a היא תאוצת המערכת הנתונה על ידי הביטוי:

$$a(t)=-a_{max}\cos(2\pi t/T)=-15\cos(2\pi t)$$

לכן נקבל:

$$f_s=m_2a=1.8\left[-15\cos(2\pi t)\right]=$$
$$=-27\cos(2\pi t)$$

הגרף הבא מתאר את f_s כפונקציה של הזמן:



ד. על מנת שהתיבה 2 לא תחליק על גבי תיבה 1 במהלך תנועת המערכת, צריך להתקיים: $f_{s\,max}\geq 27\,\text{N}$. מכאן נקבל:

$$\mu_s m_2 g\geq 27$$
$$\Rightarrow \mu_s\geq 1.5$$
$$\Rightarrow \mu_{s\,min}=1.5$$

ה. צריך להתקיים:

$$f_{s\,max}\geq m_2a_{max}$$
$$\Rightarrow \mu_s m_2 g\geq m_2\frac{kA}{m_1+m_2}$$
$$\Rightarrow A\leq\frac{\mu_s(m_1+m_2)g}{k}=\frac{1(3.8)10}{150}=0.25\,\text{m}$$
$$\Rightarrow A_{max}=0.25\,\text{m}$$